

# Задачи первого этапа. Математика

## Первая попытка. Задачи 8-9 класса

### *Задача I.2.1.1. (10 баллов)*

Вася взял число 5689756193846349 и вычеркнул из него 8 цифр. В результате у него получилось максимально возможное число, которое таким образом можно получить из исходного. В ответ укажите это число.

### *Решение*

Нужно вычеркнуть 8 цифр, чтобы число получилось максимально возможным. Для этого мы стараемся, используя оставшиеся зачеркивания, добиться того, чтобы на текущем месте стояла максимальная цифра, начиная с первого места.

Ход решения: у нас есть 8 зачеркивания и нужно, чтобы первая цифра была максимально возможной. Легко можно видеть, что используя 3 зачеркивания можно получить 9. Теперь у нас осталось 5 зачеркиваний и нужно, чтобы вторая цифра

была максимально возможной. Видно, что, используя 4 зачеркивания, можно и на втором месте получить 9. У нас осталось одно зачеркивание и нужно выбрать цифру на третьем месте. Используя одно зачеркивание мы можем получить 8. Зачеркивания кончились.

**Ответ:** 99846349.

### **Задача I.2.1.2. (10 баллов)**

На парковке  $5 \times 4$  метра электрику нужно установить фонари так, чтобы в любом квадрате  $2 \times 2$  метра был как минимум один 1 фонарь. Сколько минимально фонарей понадобится электрику?

#### **Решение**

Рассмотрим квадрат  $3 \times 3$ . Если поставить в центр фонарь, то в какую сторону не направить квадрат  $2 \times 2$ , он всегда будет с 1 фонарем, а это значит что фонари нам нужно ставить на расстоянии в 1 метр. Поставим 1 фонарь на расстоянии в 1 метр от верхней и левой сторон. Ставим 2 фонарь на расстояние в 1 метр от левой стены и 1 фонаря. 3 фонарь ставим на расстояние в 1 метр от нижней и правой сторон. Ставим 4 фонарь на расстояние в 1 метр от правой стены и 3 фонаря.

**Ответ:** 4.

### **Задача I.2.1.3. (10 баллов)**

Настя наугад приписала к числу 375 справа 3 цифры. Число, которое у нее получилось, оказалось наибольшим из всех чисел, которые начинаются на 375 и делятся без остатка на 5, 6 и 7. В ответ укажите это число.

#### **Решение**

Полученное число должно делиться на  $5 \cdot 6 \cdot 7 = 210$ . И должно быть максимально возможным. Возьмем самое большое число из возможных: 375999 и поделим его на 210. Тогда  $375999/210 = 1790 + \text{остаток}$ . Возьмем целую часть и умножим на 210.  $1790 \cdot 210 = 375900$ . Это и есть ответ.

**Ответ:** 375900.

### **Задача I.2.1.4. (10 баллов)**

Однажды Ване понадобилось посчитать сумму натуральных чисел, состоящих только из цифр 1, 2, 3, 4, 5 без повторов (число не обязательно должно состоять из всех этих цифр, например, число 5 тоже подходит). Какое число получилось у Вани, если он посчитал всё верно?

*Решение*

Всего таких чисел будет  $5! = 125$ . При этом каждая цифра, в каждом разряде, будет стоять 25 раз ( $125/5$ ). Тогда сумму можно представить как:

$$25 \cdot (10000 \cdot (1 + 2 + 3 + 4 + 5) + 1000 \cdot (1 + 2 + 3 + 4 + 5) + 100 \cdot (1 + 2 + 3 + 4 + 5) + 10 \cdot (1 + 2 + 3 + 4 + 5) + (1 + 2 + 3 + 4 + 5)) = 4166625$$

**Ответ:** 4166625.

*Задача I.2.1.5. (10 баллов)*

Такси приедет к аэропорту не раньше чем в **15:25** и не позже чем в **15:50**. Для того, чтобы зарегистрироваться на самолёт и дойти до выхода на посадку, необходимо **20** минут. По расписанию выход закрывается в **15:50**, но если пассажир опаздывает, его ждут **10** минут, после чего закрывают выход и улетают. Найдите вероятность того, что человек, севший на это такси, успеет на самолёт. Ответ укажите в процентах.

*Решение*

Человек пройдёт регистрацию в 15:45 - 16:10 в зависимости от времени прибытия такси. С учётом времени ожидания самолёт вылетает в 16:00.

В промежутке от 15:45 до 16:00 – 15 минут, а в промежутке от 15:45 до 16:10 – 25 минут. Следовательно вероятностью того, что пассажир попадет на самолёт  $15/25 = 0.6$ .

Так как ответ нужно указать в процентах, ответ 60.

**Ответ:** 60.

*Задача I.2.1.6. (10 баллов)*

Предположим, что мы разматываем нить вдоль экватора Земли, а потом делаем то же самое, но в метре от экватора. Представим теперь, что мы разматываем один клубок вдоль поверхности Солнца и в метре от его поверхности, а второй – вдоль экватора Земли и в метре от его поверхности. К какому клубку нужно добавить больше ниток?

1. К тому, что мы разматываем в метре от Солнца
2. Одинаково
3. К тому, что мы разматываем в метре от Земли

Укажите ответ одним словом.

*Решение*

Длина окружности вычисляется по формуле  $l = 2\pi R$ , где  $R$  – радиус окружности. Если радиус увеличить на 1м, то длина дуги будет равна  $L = 2\pi(R + 1) = 2\pi R + 2\pi$ ,

следовательно, не зависимо от радиуса, длина дуги в обоих случаях увеличится на одну и ту же величину:  $2\pi$ , то есть примерно на 6 м.

**Ответ:** Одинаково.

### **Задача I.2.1.7. (10 баллов)**

Количество пользователей системы «Умный дом», выпущенной компанией «Технологии будущего», росло в течение всего года. На четыре разных квартала (в каком-то порядке) пришлось: наибольший абсолютный прирост, наименьший абсолютный прирост, наибольший относительный прирост и наименьший относительный прирост. (Абсолютный прирост – разность между новым и старым значением величины. Относительный прирост – это абсолютный прирост, делённый на старое значение.)

Известно, что наименьший относительный прирост был раньше, чем наибольший относительный. В каком квартале был наибольший абсолютный прирост? В ответ укажите номер квартала.

### **Решение**

Способ 1. Докажем, что если количество пользователей растёт и относительный прирост увеличивается, то увеличивается и абсолютный прирост. Пусть  $A$  и  $B$  – количество пользователей в какие-то моменты времени, причем  $A < B$ , а абсолютный прирост составляет  $x$  и  $y$  человек соответственно. Тогда относительный прирост равен соответственно  $\frac{x}{A}$  и  $\frac{y}{B}$ . Если  $\frac{x}{A} < \frac{y}{B}$ , то  $Bx < Ay < By$ , следовательно,  $x < y$ .

Таким образом, наибольший относительный прирост не мог быть позже, чем наибольший абсолютный, и потому был не позже третьего квартала. Аналогично, наименьший относительный прирост не мог быть раньше, чем наименьший абсолютный прирост, и потому был не раньше второго квартала. Так как по условию задачи, наименьший относительный прирост был раньше, чем наибольший относительный, то они были во втором и третьем квартале соответственно. Следовательно, наибольший абсолютный прирост был позже, то есть в четвертом квартале.

Способ 2. Количество пользователей растёт. Значит, если относительный прирост остается постоянным, то в следующем квартале он отсчитывается от большего значения, поэтому ему отвечает больший абсолютный прирост. Если же относительный прирост возрастает, то абсолютный прирост тем более возрастает.

**Ответ:** 4.

### **Задача I.2.1.8. (10 баллов)**

Девять айтишников вошли в лифт на первом уровне одиннадцатизэтажного дворца техники. Если на одном из уровней вышли два человека, на другом – три, и еще на одном – четыре, то сколькими способами пассажиры могли выйти из лифта?

**Решение**

Распределить три группы на выход на трех уровнях из 10 можно  $A_{10}^3 = \frac{10!}{(10-3)!}$  способами. Число перестановок из 9 человек с повторениями или число разбиений группы из девяти на три группы по 2, 3 и 4 человека равно  $N_9(2, 3, 4) = \frac{9!}{2!3!4!}$ . Итого:  $A_{10}^3 N_9(2, 3, 4) = \frac{10!}{4} = 907200$ .

**Ответ:** 907200.

**Задача I.2.1.9. (10 баллов)**

В трех коробках лежат яблоки. Всего их 100. В первой коробке 50 яблок и все гнилые. Во второй коробке 30 яблок, десять из которых гнилые. А в третьей коробке 20 яблок, 5 из которых гнилые. Все яблоки из коробок переложили в пустой контейнер. Найдите вероятность того, что наугад выбранное яблоко из этого контейнера окажется не гнилым. Ответ укажите в виде десятичной дроби.

**Решение**

Длина окружности вычисляется по формуле  $l = 2\pi R$ , где  $R$  – радиус окружности. Если радиус увеличить на 1 м, то длина дуги будет равна  $L = 2\pi(R + 1) = 2\pi R + 2\pi$ , следовательно, не зависимо от радиуса, длина дуги в обоих случаях увеличится на одну и ту же величину:  $2\pi$ , то есть примерно на 6 м.

**Ответ:** 0,35.

**Задача I.2.1.10. (10 баллов)**

Решите уравнение и запишите в качестве ответа разность наибольшего и наименьшего корня

$$x^2 + \frac{3x^2}{(x^2 - 2)} + 2 = 0.$$

**Решение**

Запомним, что модуль  $x$  не равен корню из двух. Домножим уравнение на  $x^2 - 2$  и приведем подобные. Получим  $x^4 + 3x^2 - 4 = 0$ . Решим его как квадратное относительно  $x^2$ , получим  $x^2 = 1$  и  $x^2 = -4$ . Так как корень числа не может быть отрицательным, остается только  $x^2 = 1$ . Возьмем корень справа и слева и получим, что  $x = 1$  и  $x = -1$ . Вычтем  $(1 - (-1) = 2)$ .

**Ответ:** 2.

## Вторая попытка. Задачи 8-9 класса

### Задача I.2.3.1. (10 баллов)

Вася загадал какое-то трехзначное число. После этого Вася начал это число делить на 7 с остатком следующим образом: он поделил число на 7, записал его остаток и начал делить неполное частное от предыдущего деления.

Пример того, как Вася делил число 548:

$$548/7 = 78 \text{ остаток } 2$$

$$78/7 = 11 \text{ остаток } 1$$

$$11/7 = 1 \text{ остаток } 4$$

В ответ напишите, какое число загадал Вася, если сумма его остатков наибольшая, а само число наименьшее из возможных для данной суммы.

### Решение

Так как требуется минимальное трехзначное число, то найдем количество цифр 7, которые при перемножении получаем трехзначное число.

$$7^3 = 343$$

$$7^4 = 2401$$

Из этого следует, что необходимо сделать три перемножения для нахождения числа.

Максимальная сумма остатков является сумма максимальных остатков. Максимальный остаток - цифра 6, т.е.  $6 + 6 + 6 = 18$ . Для того, чтобы найти искомое число, необходимо к минимальному числу добавить остаток и умножить его на 7. Покажем пошагово:

$$7 + 6 = 13$$

$$13 \cdot 7 = 91$$

$$91 + 6 = 97$$

$$97 \cdot 7 = 679$$

$$679 + 6 = 685$$

**Ответ:** 685.

### Задача I.2.3.2. (10 баллов)

Пете, чтобы добраться домой из деревни, вначале нужно сесть на автобус номер 35, затем на электричку, следующую по маршруту Васюки-Москва, а после этого сесть на автобус номер 465.

Автобус номер 35 едет до железнодорожной станции Васюки 45 минут и, в зависимости от пробок и настроек светофоров, может ехать на 9 минут дольше или на 5 минут быстрее. На поездку на электричке Петя тратит  $70 \pm 25$  минут.

Петя сел на автобус номер 35 в **16:25**. Электрички по расписанию отправляются со станции Васюки с **7:15** каждые полчаса. А автобус 465 от железнодорожного вокзала в Москве с **8:30** каждые 45 минут.

Напишите время отправления автобуса 465 от вокзала в Москве, на который Петя сядет с наибольшей вероятностью. Пешие переходы между остановками автобусов и платформами электрички считать равными 0.

Ответ укажите в виде четырехзначного числа вида ччмм, где первые две цифры отвечают за часы, а оставшиеся — за минуты. Для времени **9:15** нужно написать 0915.

### *Решение*

Рассмотрим варианты прибытия Пети до электрички на автобусе номер 35, время отбытия **16:25**. Автобус едет 45 минут, может ехать на 9 минут дольше или на 5 минут быстрее. Таким образом получаем три варианта:

$$A. 16:25 + 45 \text{ минут} + 9 \text{ минут} = 17:19$$

$$B. 16:25 + 45 \text{ минут} = 17:10$$

$$B. 16:25 + 40 \text{ минут} = 17:05$$

Рассмотрим расписание электричек до Москвы: 7:15, 7:45, 8:15, 8:45, ..., 17:15, 17:45 ... Следовательно, при варианте А - Петя успевает на электричку в 17:45, при вариантах Б и В - Петя успевает на электричку в 17:15. Электричка едет  $70 \pm 25$  минут, получаем:

$$A.1. 17:45 + (70 + 25) \text{ минут} = 19:20$$

$$A.2. 17:45 + 70 \text{ минут} = 18:55$$

$$A.1. 17:45 + (70 - 25) \text{ минут} = 18:30$$

$$B.1. 17:15 + (70 + 25) \text{ минут} = 18:50$$

$$B.2. 17:15 + 70 \text{ минут} = 18:25$$

$$B.3. 17:15 + (70 - 25) \text{ минут} = 18:00$$

$$B.1. 17:15 + (70 + 25) \text{ минут} = 18:50$$

$$B.2. 17:15 + 70 \text{ минут} = 18:25$$

$$B.3. 17:15 + (70 - 25) \text{ минут} = 18:00$$

Рассмотрим расписание автобуса 465: 8:30, 9:15, 10:00, 10:45, ..., 17:30, 18:15, 19:00, 19:45 ... Тогда:

$$A.1. 19:20 \rightarrow 19:45$$

$$A.2. 18:55 \rightarrow 19:00$$

$$A.1. 18:30 \rightarrow 19:00$$

$$B.1. 18:50 \rightarrow 19:00$$

$$B.2. 18:25 \rightarrow 19:00$$

$$B.3. 18:00 \rightarrow 18:15$$

$$B.1. 18:50 \rightarrow 19:00$$

$$B.2. 18:25 \rightarrow 19:00$$

$$B.3. 18:00 \rightarrow 18:15$$

С бóльшей вероятностью Петя успеет на автобус 465, который отправляется в

19:00.

Ответ: 1900.

### Задача I.2.3.3. (10 баллов)

Решите уравнение:  $\cos \sqrt{x} + \sqrt{\cos x} = 2$ .

#### Решение

Так как  $|\cos \sqrt{x}| \leq 1$  и  $|\sqrt{\cos x}| \leq 1$ , то уравнение  $\cos \sqrt{x} + \sqrt{\cos x} = 2$  равносильно системе уравнений:

$$\begin{cases} \cos \sqrt{x} = 1, \\ \sqrt{\cos x} = 1. \end{cases}$$

Из первого уравнения системы получим, что  $x = 2\pi k$ , где  $k \in Z$ , а из второго уравнения получим, что  $\sqrt{x} = 2\pi n \Leftrightarrow x = 4\pi^2 n^2$ , где  $n \in Z$ ,  $n \geq 0$ . Найдем пересечение полученных множеств:  $2\pi k = 4\pi^2 n^2 \Leftrightarrow k = 2\pi n^2$ . Так как  $\pi$  - иррациональное число, то последнее равенство выполняется тогда, и только тогда, когда  $n = k = 0$ . Следовательно, единственным решением данного уравнения является  $x = 0$ .

Ответ:  $x = 0$ .

### Задача I.2.3.4. (10 баллов)

На столе разложены 2020 спичечных коробков, в некоторых из них есть спички, а в некоторых — нет.

На первом коробке написано: «Все коробки пустые».

На втором — «По крайней мере 2019 коробков пустые».

На третьем — «По крайней мере 2018 коробков пустые».

На 2020-ом — «По крайней мере один коробок пустой».

Известно, что надписи на пустых коробках ложные, а на коробках со спичками — истинные. Определите, сколько коробков не пусты.

#### Решение

##### Рассмотрим коробок №1.

1. Если коробок пуст, то надпись на нем ложна.
2. Если коробок полон, то надпись на нем верна. Следовательно, все 2020 должны быть пусты, получаем противоречие.

Коробок №1 полон. Отсюда, надпись на коробке №2020 верна и он полон.

##### Рассмотрим коробок №2.

Мы уже знаем, что один коробок полон и один коробок пуст.



1. Если коробок пуст, то надпись на нем ложна.
2. Если коробок полон, то надпись на нем верна. Следовательно, 2019 коробков должны быть пусты, получаем противоречие, т.к. коробки №2 и №2020 полные.

Отсюда коробки №1 и №2 пусты, коробки №2019 (надпись на коробке верна) и №2020 полны.

### **Рассмотрим коробок №3.**

Мы уже знаем, что два коробка полны и два коробка пусты.

1. Если коробок пуст, то надпись на нем ложна.
2. Если коробок полон, то надпись на нем верна. Следовательно, 2018 коробков должны быть пусты, получаем противоречие, т.к. коробки №3, №2019 и №2020 полные.

Отсюда коробки №1, №2 и №3 пусты, коробки №2018 (надпись на коробке верна), №2019 и №2020 полны.

Продолжая рассуждения, понимаем, что ровно половина коробков пустые, половина коробков полные.

**Ответ:** 1010.

### ***Задача I.2.3.5. (10 баллов)***

Саша любит придумывать и записывать "волшебные" числа. Для него это пятизначные числа, на чётных разрядах которых находятся чётные цифры, а на нечётных — нечётные. Числа: 12301 и 36789 — "волшебные", а 78645 — нет.

Юноша занимается этим нелегким делом очень давно, и за это время он успел выписать все такие числа. Однажды он посмотрел на эти числа и решил сосчитать, сколько цифр "5" ему пришлось написать, для того, чтобы записать все "волшебные" числа по одному разу.

Сколько цифр "5" насчитал Саша, если известно, что он не ошибся?

### ***Решение***

"Волшебное" число выглядит так:

$$\mathbf{n} \parallel \mathbf{ч} \parallel \mathbf{n} \parallel \mathbf{ч} \parallel \mathbf{n}$$

Где **н** - нечетная цифра, **ч** - четная цифра

Всего четных цифр - 5: 0, 2, 4, 6, 8.

Всего нечетный цифр - 5: 1, 3, 5, 7, 9.

На каждой позиции может стоять по 5 чисел, следовательно всего таких чисел:

$$5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 3125$$

Есть несколько вариантов чисел, котрые включают цифру 5:

1.	5	ч	н - 5	ч	н - 5
2.	н - 5	ч	5	ч	н - 5
3.	н - 5	ч	н - 5	ч	5
4.	5	ч	5	ч	н - 5
5.	5	ч	н - 5	ч	5
6.	н - 5	ч	5	ч	5
7.	5	ч	5	ч	5

Где (н - 5) – нечетные числа, не включающие число 5: 1, 3, 7, 9.

Таким образом получаем, что чисел с тремя цифрами 5:

$$1 \cdot 5 \cdot 1 \cdot 5 \cdot 1 = 1200,$$

чисел с двумя цифрами 5:

$$(1 \cdot 5 \cdot 1 \cdot 5 \cdot 4) \cdot 3 = 300,$$

чисел с одной цифрой 5:

$$(1 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 4) \cdot 3 = 1200.$$

В задании спрашивается, сколько записей цифры 5 было, следовательно, необходимо полученные результаты умножить на количество 5 в записи чисел:

$$1200 \cdot 1 + 300 \cdot 2 + 25 \cdot 3 = 1875$$

**Ответ:** 1875.

### **Задача I.2.3.6. (10 баллов)**

Двое друзей, каждый со своей позиции, ведут наблюдение через вертикальную щель в круглую комнату.

Определить величину щели, если вместе они контролируют только четвертую часть стены комнаты, и при этом угол зрения одного и второго равны соответственно  $10^\circ$  и  $20^\circ$  градусов. При решении считать, что каждый из них видит свой участок стены.

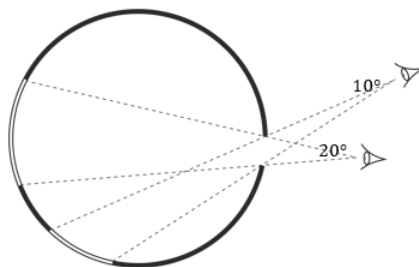


Рис. I.2.4: Схема задачи

### Решение

Дополним схему задачи следующими обозначениями, как показано на рисунке. Общую дугу окружности - щель обозначим символом  $m$ , а дуги, показывающие сектора обзора, обозначим через  $n_1$  и  $n_2$ . Углы обозначающие сектора обзора назовём  $\angle A$  и  $\angle B$  соответственно.

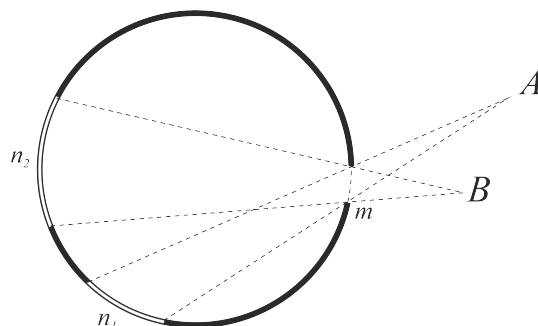


Рис. I.2.5: Схема задачи

Известно, что угол  $\angle A$  между секущими, пересекающимися вне окружности, вычисляется по формуле:  $\angle A = \frac{n_1 - m}{2}$ . Аналогично,  $\angle B = \frac{n_2 - m}{2}$ . Также по условию задачи  $n_1 + n_2 = 90^\circ$ . Тогда, складывая левые и правые части двух первых уравнений, получим выражение  $\angle A + \angle B = \frac{n_1 + n_2}{2} - m$ . Откуда можем найти искомую дугу  $m = \frac{n_1 + n_2}{2} - \angle A - \angle B = \frac{90^\circ}{2} - 10^\circ - 20^\circ = 15^\circ$ .

Ответ:  $15^\circ$ .

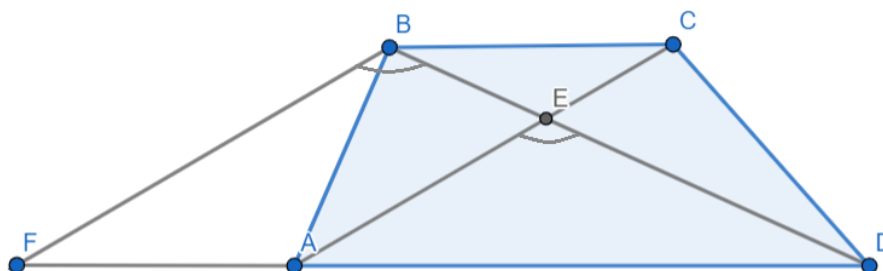
### Задача I.2.3.7. (10 баллов)

В трапеции  $ABCD$  с основаниями  $AD$  и  $BC$  диагонали пересекаются в точке  $E$ .  $\angle AED = 60^\circ$ .  $AC = BC + AD$ . Найдите отношение  $AB : CD$ .

Введите ответ с точностью **не менее** 3 знаков после запятой (отличие от точного значения не должно превышать 0.0005).

### Решение

Построим параллелограмм  $AFCD$ .



Тогда  $\angle FBD = \angle AOD$ ,  $AF = BC$  и

$$FB = AC = BC + AD = AF + AD = FD.$$

Значит, треугольник  $\triangle FBD$  – равнобедренный ( $FB = FD$ ). Поскольку углы при основании равнобедренного треугольника – острые, то угол  $\angle FBD$  не может быть равен  $120^\circ$ . Следовательно, он равен  $60^\circ$ , и треугольник  $\triangle FBD$  – равносторонний. Поэтому  $BD = FB = AC$ , то есть диагонали трапеции равны между собой. Отсюда следует, что трапеция равнобедренная.

Таким образом  $\frac{AB}{CD} = 1$ .

**Ответ:** 1.

### **Задача I.2.3.8. (10 баллов)**

Решите уравнение  $-3x^5 + 375x^3 - 7500x = 0$ .

В ответ запишите сумму наибольшего и наименьшего из неотрицательных корней.

#### **Решение**

Разделим уравнение на  $-3$ .

$$x^5 - 125x^3 + 2500x = 0$$

$$x(x^4 - 125x^2 + 2500) = 0$$

Разобьем слагаемое  $-125x^2$  на два  $-100x^2$  и  $-25x^2$ :

$$x(x^4 - 100x^2 - 25x^2 - 2500) = 0$$

$$x(x^2(x^2 - 100) - 25(x^2 - 100)) = 0$$

$$x(x^2 - 100)(x^2 - 25) = 0$$

Применим формулу разности квадратов:

$$x(x - 10)(x + 10)(x - 5)(x + 5) = 0$$

Корни уравнения:  $x_1 = 0$ ,  $x_2 = 5$ ,  $x_3 = -5$ ,  $x_4 = 10$ ,  $x_5 = -10$ .

Следовательно, минимальный корень -  $x_1$  и максимальный  $x_4$ :  $x_4 - x_1 = 10$ .

**Ответ:** 10.

### **Задача I.2.3.9. (10 баллов)**

Составляя расписание мастер-классов для финала олимпиады НТИ по профилю "Разработка приложений виртуальной и дополненной реальности" организаторы столкнулись с затруднением. Мастер-классы должны проводиться 1 раз в день с понедельника по четверг, но приглашенные специалисты имеют ряд требований к дню проведения мастер-класса. Предложите варианты расписания мастер-классов, если:

- а) специалист по математическому моделированию может провести провести мастер-класс в понедельник, вторник или среду;

- б) специалист по 3D моделированию может пообщаться с финалистами или в понедельник, или во вторник;
- в) мастер-класс по физике может состояться во вторник или четверг;
- г) мастер-класс по программированию интерактивного окружения - только во вторник или среду.

Сколько возможно вариантов составления расписания мастер-классов для проведения финала? Укажите их, перечисляя через точку с запятой мастер-классы в порядке их следования в течение финала. Например: Вариант 1. Математическое моделирование; 3D моделирование; программирование интерактивного окружения; физика.

### Решение

Построим граф, вершины которого - возможные дни недели (1, 2, 3, 4) и мастер-классы (м, ф, п, 3d). Ребрами соединим мастер-классы с возможными днями проведения (рис. 1.2.10).

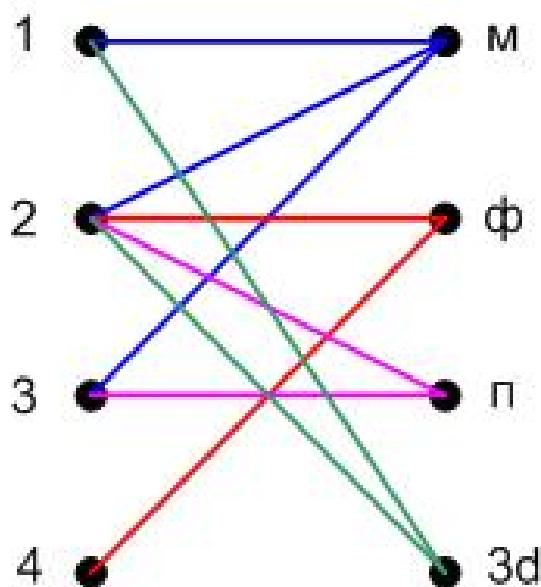


Рис. 1.2.6: Граф вариантов расписания

Задача сводится к определению ребер, задающих взаимно однозначное соответствие между множеством дней и множеством мастер-классов.

Из рисунка можно увидеть, что всего количество таких соответствий  $k = 3$

Приведем варианты расписания. Из графа видно, что в четверг может быть только физика. Все могут провести мастер-класс во вторник, а в понедельник и в среду согласны поработать вдвое специалистов. Если математическое моделирование поставить в понедельник, то во вторник можно провести только 3D моделирование, в противном случае в среду мастер-класс поставить невозможно.

**Ответ:** 1234, 2134, 2314.

**Задача I.2.3.10. (10 баллов)**

Миша любит собирать карточки с супергероями.

Всего есть три типа карточек: обычные, редкие и легендарные.

Обычных карточек — 125 видов. Каждого вида было напечатано по 1000 штук.

Редких карточек — 25 видов. Каждого вида было напечатано по 100 штук.

Легендарных карточек — 5 видов. Каждого вида было напечатано по 10 штук.

Карточки запакованы таким образом, что невозможно узнать, какого они вида, пока не откроешь. Мише нравятся 20 видов обычных карточек, 5 видов редких карточек и все виды легендарных. Найдите вероятность того, что, если Михаил купит одну карточку, она окажется именно того вида, который ему нравится?

**Решение**

Всего карточек  $125 \cdot 1000 + 25 \cdot 100 + 5 \cdot 10$ .

Всего карточек, которые нравятся Мише:  $20 \cdot 1000 + 5 \cdot 100 + 5 \cdot 10$ .

Следовательно, вероятность, того, что Миша купит карточку, которая ему нравится:

$$\frac{20 \cdot 1000 + 5 \cdot 100 + 5 \cdot 10}{125 \cdot 1000 + 25 \cdot 100 + 5 \cdot 10} = \frac{20550}{127550} = 0,1611132889063$$